0.1 Lexique personnel

http://detour.dhenin.fr/polysemiques/

http://detour.dhenin.fr/math-et-rhetorique-2/

Lebossé, Hémery **??**

L'exercice a beau se donner comme un objet qu'on a sous la main; Dès qu'on l'interroge, elle perd son évidence; elle ne s'indique elle-même, elle ne se construit qu'à partir d'un champ complexe de discours.

Ainsi, les énoncés qui relèvent des mathématiques semblent se rapporter tous à cet objet qui se profile de différentes manières dans l'expérience individuelle ou sociale et qu'on peut désigner comme le calcul

persistance des thèmes

Certes, les discours sont faits de signes; mais ce qu'ils font, c'est plus que d'utiliser ces signes pour désigner des choses. C'est ce plus, qui les rend irréductibles à la langue et à la parole. C'est ce Il plus Il qu'il faut faire apparaître et qu'il faut décrire.

a) Qui parle?

Ces procédures peuvent apparaître : dans des techniques de réécriture (comme celles, par exemple, qui ont permis aux naturalistes de l'âge classique de réécrire des descriptions linéaires dans des tableaux classificatoires qui n'ont ni les mêmes lois ni la même configuration que les listes et les groupes de parenté établis au Moyen Age ou pendant la Renaissance); dans des méthodes de transcription des énoncés (articulés dans la langue naturelle) selon une langue plus ou moins formalisée et artificielle .

Pour analyser les règles de formation des objets, on a vu qu'il ne fallait ni les enraciner dans les choses, ni les rapporter au domaine des mots; pour analyser la formation des types énonciatifs, il ne fallait les rapporter ni au sujet connaissant, ni à une individualité psychologique. De même, pour analyser la formation des concepts, il ne faut les rapporter ni à l'horizon de l'idéalité, ni au cheminement empirique des idées.

Je ne pense pas que la condition nécessaire et suffisante pour qu'il y ait énoncé soit la présence d'une structure propositionnelle définie, et qu'on puisse parler d'énoncé toutes les fois qu'il y a proposition et dans ce cas seulement. On peut en effet avoir deux énoncés parfaitement distincts, relevant de groupements discursifs bien différents, là où on ne trouve qu'une proposition, susceptible d'une seule et même valeur, obéissant à un seul et même ensemble de lois de construction, et comportant les mêmes possibilités d'utilisation. « Personne n'a entendu» et « Il est vrai que personne n'a entendu» sont indiscernables du point de vue logique et ne peuvent pas être considérées comme deux propositions différentes. Or en tant qu'énoncés, ces deux formulatlons ne sont pas équivalentes ni interchangeables. Elles ne peuvent pas se trouver à la même place dans le plan du discours, ni appartenir exactement au même groupe d'énoncés. Si on trouve la formule « Personne n'a entendu» à la première ligne d'un roman, on sait, jusqu'à nouvel ordre, qu'il s'agit d'une constatation faite soit par l'auteur, soit par un personnage (à haute voix ou sous forme d'un monologue intérieur) ; si on trouve la seconde formulation « Il est vrai que personne n'a entendu », on ne peut être alors que dans un jeu d'énoncés constituant un monologue intérieur, une discussion muette, une contestation avec soi-même, ou un fragment de dialogue, un ensemble de questions et de réponses.

On peut aller plus loin : une équation du n$^{\text{ième}}$ degré, ou la formule algébrique de la loi de la réfraction doivent être considérées comme des énoncés : et si elles possèdent une grammaticalité fort rigoureuse (puisqu'elles sont composées de symboles dont le sens est déterminé par des règles d'usage et la succession régie par des lois de construction), il ne s'agit pas des mêmes critères qui permettent, dans une langue naturelle, de définir une phrase acceptable ou interprétable.

De la même façon, la table des nombres au hasard qu'il arrive aux statisticiens d'utiliser, c'est une suite de symboles numériques qui ne sont reliés entre eux par aucune structure de syntaxe; elle est pourtant un énoncé : celui d'un ensemble de chiffres obtenus par des procédés éliminant tout ce qui pourrait faire croître la probabilité des issues successives. Resserrons encore l'exemple : le clavier d'une machine à écrire n'est pas un énoncé ; mais cette même série de lettres A, Z, E, R, T, énumérée dans un manuel de dactylographie, est l'énoncé de l'ordre alphabétique adopté par les machines françaises.

JJD Je suis capable de déterminer si une phrase est en français et si même un mot est français. Est-ce possible en math ?

L'énoncé, même s'il est réduit à un syntagme nominaI (« Le bateau ! »), même s'il est réduit à un nom propre (« Pierre ! »), n'a pas le même rapport à ce qu'il énonce que le nom à ce qu'il désigne ou ce qu'il signifie : Le nom est un élément linguistique qui peut occuper différentes places dans des ensembles grammaticaux : son sens est défini par ses règles d'utilisation (qu'il s'agisse des individus qui peuvent être valablement désignés par lui, ou des structures syntaxiques dans lesquelles il peut correctement entrer) ; un nom se définit par sa possibilité de récurrence.

JJD Aulagnier mêmr énoncé dans une culture, un rêve un délire.

En revanche si, dans le corps même du traité, on rencontre une proposition comme « Deux quantités égales à une troisième sont égales entre elles », le sujet de l'énoncé, c'est la position absolument neutre, indifférente au temps, à l'espace, aux circonstances, identique dans n'importe quel système linguistique, et dans n'importe quel code d'écriture ou de symbolisation, que peut occuper tout individu pour affirmer une telle proposition. D'autre part, des phrases du type « On a déjà démontré que... » comportent pour pouvoir être énoncées des conditions contextuelles précises qui n'étaient pas impliquées par la formulation précédente : la position est alors fixée à l'intérieur d'un domaine constitué par un ensemble fini d' énoncés ; elle est localisée dans une série d'événements énonciatifs qui doivent s'être déjà produits ; elle est établie dans un temps démonstratif dont les moments antérieurs ne se perdent jamais, et qui n'ont donc pas besoin d'être recommencés et répétés identiquement pour être rendus à nouveau présents (une mention suffit à les réactiver dans leur validité d'origine) ; elle est déterminée par l'existence préalable d'un certain nombre d'opérations effectives qui n'ont peut-être pas été faites par un seul et même individu (celui qui parle actuellement), mais qui appartiennent de droit au sujet énonçant, qui sont à sa disposition et qu'il peut remettre en jeu lorsqu'il en a besoin.

Soit un ensemble de mots ou de symboles. Pour décider s'ils constituent bien une unité grammaticale comme la phrase ou une unité logique comme la proposition, il est nécessaire et suffisant de déterminer selon quelles règles il a été construit. « Pierre est arrivé hier» forme une phrase, mais non pas « Hier est Pierre arrivé » ; A + B = C + D constitue une proposition, mais non pas ABC + = D. Le seul examen des éléments et de leur distribution, en référence au système - naturel ou artificiel - de la langue permet d faire la différence entre ce qui est proposition et ce qui ne l'est pas, entre ce qui est phrase et ce qui est simple accumulation de mots.

Un texte reproduit plusieurs fois, les éditions successives d'un livre, mieux encore, les différents exemplaires d'un même tirage ne donnent pas lieu à autant d'énoncés distincts : dans toutes les éditions des *Fleurs du Mal* (sous réserve des variantes et des textes condamnés) on retrouve le même jeu d'énoncés ; pourtant ni les caractères, ni l'encre, ni le papier, ni de toute façon la localisation du texte et l'emplacement des signes ne sont les mêmes : tout le grain de la matérialité a changé. Mais ici ces « petites Il différences ne sont pas efficaces pour altérer l'identité de l'énoncé et pour en faire surgir un autre : elles sont toutes neutralisées dans l'élément général - matériel, bien sûr, mais également institutionnel et économique - du « livre Il : un livre, quel qu'en soit le nombre d'exemplaires ou d'éditions, quelles que soient les substances diverses qu'il peut utiliser, c'est un lieu d'équivalence exacte pour les énoncés, c'est pour eux une instance de répétition sans changement d'identité.

`http://jean-luc.bregeon.pagesperso-orange.fr/Page%203-18.htm`

encadrer Exemple : « **encadrer** » n'a pas le même sens en mathématiques (encadrer un nombre par deux autres nombres) qu'en grammaire (encadrer le sujet) ;

La résolution de problèmes a une place privilégiée dans l'apprentissage des mathématiques à l'école (voir programmes et documents d'application). Si tous les problèmes ne sont pas présentés sous la forme d'un texte, il est cependant important pour les élèves d'apprendre à lire les énoncés avec leurs spécificités.

Carte méditerranée

Ainsi le mot « droit » s'oppose-t-il souvent à l'idée de « penché » dans le langage courant (se tenir droit), alors qu'il évoque celle d'alignement pour un « trait droit » (qui peut être penché) ou se rapporte à une certaine « ouverture » lorsqu'on parle « d'angle droit ». Des moments pourront être utilement consacrés à mettre en évidence, avec les élèves, ces différences de signification d'un même terme.

`https://eduscol.education.fr/document/17203/download`

Spécificités liées au lexique et à la grammaire

On peut souligner tout d'abord que la définition mathématique (caractérisation mathématique qui « crée » un objet) est assez souvent éloignée de celle d'un dictionnaire (description des objets ou concepts désignés, contours des différents sens du mot, liste d'usages).

La discipline a un lexique spécifique : certains mots ou expressions ne se rencontrent dans la langue française que dans leur sens mathématique, comme « bissectrice », « cosinus », « dodécagone »... Ces mots ont souvent une étymologie éclairante.

Les mathématiques font aussi un usage spécifique de certains noms communs de la langue française. Leur sens usuel et le sens qu'ils prennent en mathématiques ne sont souvent pas totalement étrangers, souvent parce qu'il y a eu des allers – retours entre les différents contextes d'usages (exemples : « hauteur », « base », « milieu », « centre », « fonction », « droite », « angle », « premier », « mesure », « image », « échelle », « facteur », « pentagone », « tangente », « divisible », « inconnue »...). Les mathéma¬tiques ne sont pas isolées des autres champs de connaissances, ni du quotidien! Ces mots ont parfois également un sens spécifique (et différent) dans d'autres disciplines (voir l'exemple autour du mot « milieu » dans l'encart ci-après). Là aussi un travail étymologique ou lié au champ lexical est souvent riche.

Ces activités sur le lexique peuvent être pensées de façon interdisciplinaire.

Le mot « milieu » : son usage en mathématiques, dans les autres disciplines scolaires et dans la langue courante

« Milieu » en sciences physiques et chimiques : substance dans laquelle se produit une réaction, un phénomène, et qui est caractérisé par certaines propriétés. Milieu acide.

« Milieu » en géographie : ensemble des caractéristiques naturelles et humaines influent sur la vie des hommes. Milieu urbain.

« Milieu » en EPS : joueur chargé, au football par exemple, d'assurer la liaison entre les défenseurs et les attaquants.

« Milieu » en SVT : ensemble des facteurs physico-chimiques et biologiques qui agissent sur une cellule, un être vivant, une espèce. Le désert, la forêt, la montagne sont des milieux dans lesquels vivent certaines espèces.

« Milieu » en mathématiques : « milieu d'un segment » point du segment situé à égale distance des deux extrémités.

Mais « milieu » c'est aussi le milieu social, le milieu professionnel, la rangée du milieu, le nez au milieu de la figure, le milieu de la nuit, le milieu des affaires, voire le Milieu (comme synonyme de « mafia »).

On rencontre des usages spécifiques de certains adverbes, déterminants, conjonctions, prépositions, propositions ou formes verbales : « et », « ou », « un », « le », « soit », « avec », « quel que soit », « si ... alors ... », « il existe », de certaines constructions entre virgules (« qui, à tout nombre x, associe », « qui, élevé au carré, vaut »)... L'usage de la négation est aussi très différent en mathématiques et en français. Dans tous ces cas, les usages courants ne disparaissent pas en cours de mathématiques, certains usages s'ajoutent (le « et », par exemple, en plus de pouvoir référer à une succession, une conjonction, une conséquence, une addition, etc. désignera également un connecteur logique).

Comme dans les usages courants de la langue, l'enseignement des mathématiques utilise aussi des mots non encore définis, ou mal définis au moment de leur utilisation (au collège par exemple, « point », « droite », « nombre », « nombre relatif », « angle », agrandisse¬ment », « translation », « rotation », « fonction » ne sont pas définis). Ces mots sont alors manipulés avant de correspondre à une définition mathématique, parfois pendant plusieurs années (la notion d'angle en est un très bon exemple). L'enseignement des mathématiques utilise également des mots ayant plusieurs sens possibles en mathématiques (voir « base » ci-après). Il est important d'en avoir conscience car les élèves découvrent alors les usages du mot de façon plus dispersée que lorsqu'ils peuvent avoir accès à une caractérisation mathématique claire. Soulignons qu'il n'est pas possible de définir formellement l'ensemble des concepts en jeu dans l'activité, certains concepts sont manipulés avec une approche intuitive, usuelle ou approximative. Ils sont souvent définis mathématiquement plus tard dans la scolarité, parfois beaucoup plus tard.

Polysémie au sein des mathématiques

Le mot « base » est un grand classique pouvant désigner un segment, sa mesure, un polygone ou son aire, parfois dans le même contexte. Pour résoudre l'exercice ci-contre, l'élève va utiliser une formule de calcul d'aire pour un triangle (classiquement exprimée par une phrase de la forme « base fois hauteur divisé par deux », qui laisse implicite le fait que « base » renvoie ici à la longueur d'un segment) puis utilisera le mot « base » pour renvoyer à la base de la pyramide, désignant alors le polygone, voire son aire. Parfois le mot désigne aussi le côté opposé au sommet principal d'un triangle isocèle. Par ailleurs, le mot « base » désigne les bases de numération (on calcule « en base 10 »).

Autre exemple, l'adjectif « symétrique » : il peut concerner une figure (« ce dessin de papillon est symétrique »), une relation entre une figure et une droite (« ce dessin de papillon est symétrique par rapport à la droite d »), une relation entre deux figures (« deux triangles symétriques ont même aire »), une relation entre deux figures et une droite (« ces deux figures sont symétriques par rapport à la droite d »). Le même type de phrases existe concernant la symétrie centrale…et le mot symétrie est aussi le nom d'une transformation!

Formulation des preuves

La formulation des preuves a également ses spécificités. Comme pour le lexique, il y a une spécificité épistémologique : une preuve est un objet mathématique formel et abstrait que l'on décrit, et dont on poursuit l'élaboration, en la formulant. La réflexion sur l'apprentissage de la démonstration a des liens avec la réflexion plus générale autour de l'argumentation dans la scolarité et dans les autres disciplines, mais les problématiques ne se recouvrent pas totalement.

Chaque pas de déduction correspond à des formulations usuelles. Signalons simplement par exemple l'usage complexe du « donc ». Il marque, de façon très générale, la présence d'un pas de déduction. En affirmant « n est pair, donc n^2 est pair », le locuteur intervient et affirme au moins trois choses : « la proposition «n est pair» est vraie », « la proposition «n^2 est pair» est vraie » et « je déduis la seconde proposition de la première » (on peut penser que, pour ce faire, le locuteur utilise l'implication « [pour tout entier n] si n est pair, alors n^2 est pair »). Lorsque l'on dit « n est pair, doncn^2 est pair » on ne formule pas une proposition mathématique. On ne dit notamment pas la même chose que si l'on dit « [pour tout entier n] si n est pair, alors n^2 est pair ».

L'apprentissage de la démonstration passe par un travail sur le raisonnement, les arguments utilisés, mais aussi sur la formulation et la rédaction. Les deux dimensions sont abordées de façon progressive, sans exigence de formalisme. Travailler explicitement la formulation permet de (faire) préciser la construction du raisonnement, d'expliciter certains pas de déduction, de faire comprendre certaines exigences de rédaction.

Éléments d'étymologie a propos de « prouver », « démontrer », « montrer », « justifier » etc.

Le premier sens de « montrer » est « mettre devant les yeux », « attirer l'attention sur ». Il n'est pas sans lien avec « monstre » terme initialement religieux (« signe divin à déchiffrer », êtres mythologiques, puis personne au physique ou aux mœurs étranges).

« Démontrer » garde un sens proche de « faire voir », « exposer » (on retrouve ce sens dans les expressions « démonstration de force », « démonstration d'amitié », ou dans l'adjectif « démonstratif »), et « donner des preuves ».

« Justifier » a un sens juridique « traiter avec justice », « déclarer juste », mais aussi, toujours dans ce contexte, « disculper », « innocenter », et « établir un fait, prouver ».

« Prouver » a eu des sens proches de « éprouver », « mettre à l'épreuve », « approuver » et « faire approuver », mais également de « rendre croyable ». C'est surtout dans ce sens qu'il est utilisé en mathématiques (« faire apparaître comme vrai »).

« Déduire » a la même racine que « conduire » : il a signifié « faire sortir », « faire descendre », « faire tomber » (d'où le sens de « soustraire »), mais aussi « emmener », « amener à ». Au Moyen Âge le verbe désigne un raisonnement par lequel on fait sortir d'une supposition la conséquence logique qu'elle contient implicitement.