« Je me suis vérifié… j'ai relu la question pis j'ai re-regardé ma réponse » : illustrations de mises entre parenthèses du sens lors de la vérification

Stéphanie Rhéaume
Université Laval

Izabella Oliveira
Université Laval

RÉSUMÉ

Lors du GDM de 2012, De Corte soulignait la visée de la résolution de problèmes mathématiques en contexte scolaire, celle de savoir quand et comment utiliser les mathématiques de manière efficace au quotidien. Toutefois, il décrit du même coup le phénomène de « mise entre parenthèses du sens » par cette tendance de l'élève à plutôt respecter certaines règles pour *résoudre*. Cette présentation propose d'illustrer cette mise entre parenthèses du sens lors de la vérification. Pour ce faire, nous avons isolé une partie des résultats d'une recherche doctorale portant sur les composantes qui guident les élèves de 5e année du primaire dans leurs prises de décision lors de la résolution de problèmes. Nos résultats signalent un écart entre la vérification mobilisée par certains élèves et celle explicitée par la recherche. L'analyse de ces résultats nous permet de formuler quelques pistes de réflexion sur l'enseignement de la résolution de problèmes mathématiques au primaire.

1. INTRODUCTION

L'importance accordée à la résolution de problèmes mathématiques en classe ne fait plus aucun doute chez les chercheurs, les enseignants et dans les programmes de formation de l'école québécoise (M.E.Q, 2006a, 2006b). Des recherches mentionnent que l'activité de résoudre des problèmes mathématiques en classe favorise l'apprentissage (Charnay, 1998; De Corte et Verschaffel, 2008; Houdement, 2003, 2011; Julo, 1995, 2002) et contribue au développement de diverses habiletés cognitives (De Corte et Verschaffel, 2008; Focant, 2003; Richard, 2004; Schoenfeld, 1985; Thévenot, Coquin, et Verschaffel, 2006; Verschaffel et De Corte, 1997). À titre d'exemple d'habiletés cognitives développées, nous retrouvons celles d'interpréter, d'inférer, de déduire, de représenter, de contrôler, de réguler, d'anticiper, de planifier, de vérifier.

Pour aller plus loin dans ce sens, rappelons que De Corte soulignait lors du GDM de 2012 que la visée de la résolution de problèmes mathématiques[1] en contexte scolaire est celle d'amener l'élève à être en mesure *de savoir quand et comment* utiliser les mathématiques de manière efficace au quotidien. Ce discernement par le *savoir quand et comment* met entre autres en jeu les connaissances de l'élève du monde réel et nécessite la mise en place de la réalité contextuelle du problème *pour* la construction d'un modèle de situation approprié et pour l'évaluation du résultat en fonction de ce contexte.

Toutefois, De Corte ajoutait du même souffle l'observation chez les élèves du phénomène de « mise entre parenthèses du sens » qu'il décrit comme une résolution réduite à des choix d'opérations sur les nombres et à leur exécution sans que ceux-ci impliquent une attention

[1] *Savoir quand et comment* utiliser les mathématiques s'effectue pour De Corte par *la modélisation mathématique,* un processus complexe visant à « traiter les énoncés comme étant des descriptions de certaines situations du monde réel devant être modélisées mathématiquement. » (p. 2)

sérieuse à la réalité contextuelle du problème. La mise entre parenthèses traduit cette tendance de l'élève à respecter certaines *règles et croyances implicites* du jeu de la résolution, tout en ignorant le contexte de la situation.

Dans le cadre d'une recherche doctorale (Rhéaume, en cours) portant sur l'identification des composantes du contrôle qui guident les prises de décisions des élèves de 5^{e} année du primaire lors de la résolution de problèmes, nous avons nous aussi remarqué, parmi les résultats obtenus, cette tendance à respecter *les règles et croyances* du jeu de la résolution, cette *mise entre parenthèses du sens* et le peu de recours au contexte par certains élèves lors de la résolution.

Par cet article, nous proposons d'illustrer cette *mise entre parenthèses du sens* à partir de notre cadre théorique, le contrôle, et plus particulièrement par l'explicitation de l'une de ses composantes, la vérification. D'abord, par la documentation de la vérification mobilisée par les élèves qui traduit *des règles et croyances implicites* à l'élève. Puis, en s'attardant plus précisément à la vérification mobilisée pour un problème qui demande explicitement de vérifier le travail d'un élève fictif et qui vient, d'une certaine façon, influencer la résolution de problèmes mathématiques.

2. CADRE THÉORIQUE

2.1 Savoir quand et comment du point de vue du contrôle

De notre point de vue, *savoir quand et comment* utiliser les mathématiques implique un certain contrôle sur son activité mathématique. Entre autres, par un regard critique et une régulation du déroulement de l'activité en cours. En ce sens, le contrôle permet aux individus d'évaluer si la situation évolue conformément aux buts projetés (Richard, 2004) grâce à des mécanismes cognitifs, dont une réflexion sur l'action et l'évaluation des résultats de cette action. Selon Saboya (2010), le contrôle se traduit par 1) une réflexion de la part de l'élève, sur toute action, sur tout choix tout au long de la tâche: au début, en cours ou à la fin de la résolution ; 2) la capacité à prendre des décisions de façon réfléchie, rationnelle ; 3) une prise de distance par rapport à la résolution ; 4) le recours aux fondements sur lesquels on s'appuie pour valider ; 5) l'utilisation de métaconnaissances. Selon cette auteure, l'une des composantes qui favorisent un contrôle chez l'élève sur son activité mathématique est la vérification.

Pour Burgermeister et Coray (2008), le processus de contrôle est « l'ensemble des moyens, adéquats ou pas, efficaces ou non, mis en œuvre par l'élève en situation de résolution de problème pour répondre à ses doutes quant à sa résolution en voie d'élaboration » (p.68). Bien que le contrôle permette, selon ces auteurs, de surveiller et de réguler le processus en cours, ces derniers précisent qu'il ne mène pas systématiquement à une bonne réponse, puisque ce contrôle couvre toutes les démarches jugées adéquates *par l'élève*. L'analyse du contrôle par ces auteurs repose principalement sur deux processus, l'anticipation et la validation, qui s'articulent tout au long de la résolution de problèmes. Le volet prospectif, l'anticipation, s'exerce dès l'élaboration du projet de résolution, car l'anticipation du type de réponse recherché vient influencer le choix des procédures à privilégier. Le volet rétrospectif, la validation, vise à mettre les moyens nécessaires pour contrer le doute, tester ou vérifier le travail de résolution.

Dans le cadre de notre recherche doctorale (Rhéaume, en cours), nous avons déterminé que les démarches jugées adéquates par l'élève relèvent de l'engagement réfléchi. À priori, l'engagement réfléchi est

> une prise de distance, un arrêt devant la tâche, un esprit critique avant la résolution, un retour aux fondements, être à la recherche de sens (savoir d'où proviennent les conventions, les règles, les concepts en jeu), une appropriation du problème en donnant du sens en contexte, faisant appel au choix d'une interprétation du problème parmi d'autres interprétations possibles/Jugement réfléchi dans des contextes qui se prêtent à différentes interprétations possibles. (Saboya, 2010, p. 407).

Dans ce même ordre d'idée, l'engagement réfléchi est à la base d'un contrôle structural et d'un contrôle opérationnel. Le contrôle structural se décrit comme l'engagement réfléchi mobilisé (à priori ou pendant la résolution) pour la mise en place des relations et la découverte de la structure du problème. L'élève est dans un mode de réflexion, d'organisation de sa pensée pour résoudre, entre autres, grâce à la mise en place du contexte ainsi qu'à ses connaissances et acquis mathématiques qu'il possède à ce stade. Le contrôle structural consiste principalement à coordonner recherches, informations et interprétations afin de dégager une structure mathématique ou du moins, une signification cohérente du problème. Quant à lui, le contrôle opérationnel se décrit comme l'engagement réfléchi axé sur la mise en place des opérations nécessaires au déroulement de la résolution. L'élève est dans un mode de réflexion afin d'organiser, gérer, vérifier et réguler les opérations pour résoudre. Les contrôles structural et opérationnel guident les prises de décision lors de la résolution de problèmes.

2.2 Savoir quand et comment lors de la vérification

Dans la section précédente, nous avons présenté le contrôle à travers différents auteurs. Dans l'ensemble, le contrôle sous-entend l'importance, lors de la résolution de problèmes, de la mise en place d'une réalité contextuelle, soit par l'anticipation, la détermination du but, un engagement réfléchi ou un contrôle structural. Cette réalité contextuelle peut grandement contribuer à l'exercice du contrôle tout au long de la résolution. En ce sens, même si la manière d'aborder la vérification n'est pas identique d'un auteur à l'autre, ceux-ci présentent aussi la vérification comme étant une composante du contrôle. D'ailleurs, de notre point de vue, la vérification joue un rôle déterminant pour s'assurer de *savoir comment* utiliser les mathématiques lors d'une résolution de problèmes. À ce moment, comment prend place la réalité contextuelle d'un problème lors de la vérification? Comment peut-elle favoriser la mobilisation de la vérification?

Pour Saboya (2010), la vérification se manifeste à travers un questionnement sur le caractère pertinent d'un résultat, sur sa nature, sur sa forme globale. Elle peut aussi porter sur la démarche utilisée, le choix de cette démarche ou traduire une anticipation déçue. Elle nécessite néanmoins un retour à la tâche, à la question posée telle qu'une évaluation en fonction du contexte du problème, de la réalité contextuelle.

Dans le cadre de notre recherche doctorale (Rhéaume, en cours), la vérification traduit un engagement réfléchi de l'élève par un regard critique sur ce qu'il a produit, sur le caractère vrai ou faux de la solution, sur la pertinence ou le sens accordé à sa démarche ou sa solution. Quelques indicateurs traduisent une vérification mise en jeu par l'élève : lorsque celui-ci attribue un sens à la réponse ou à la démarche, effectue un retour à une anticipation faite préalablement ou au contexte, refait le problème en opérant les nombres dans une démarche différente afin de comparer ou lorsque l'élève compare son problème à un autre problème similaire.

3. MÉTHODOLOGIE

Pour illustrer comment les élèves mobilisent la vérification (avec recherche ou mise entre parenthèses du sens), nous avons isolé quelques résultats[2] issus de notre recherche doctorale portant sur la documentation des prises de décision dans la résolution de problèmes effectuées par des élèves de 5e année du primaire. Ces résultats proviennent des entretiens effectués auprès de 6 élèves et qui portaient sur la résolution de 4 problèmes mettant en jeu un raisonnement proportionnel. Lors des entretiens, ces élèves sont invités à résoudre puis à raconter leur résolution devant une caméra, selon le modèle d'entretien d'explicitation (Vermersch, 2010). Des invitations et questions ouvertes du type « Raconte-moi comment tu as fait », « Comment savais-tu que tu devais faire comme ça ? », « Comment as-tu commencé à résoudre? » guidaient l'entretien avec l'élève. Ces formulations avaient pour objectif d'obtenir des données centrées sur le vécu de l'action, soit de nous informer sur sa manière de résoudre et sur les prises de décision sous-jacentes l'action. Nous nous sommes aussi inspirées de Bronckart, Bulea, et Fristalon (2004) qui proposent une analyse des verbalisations de l'actant afin de comprendre la morphogénèse de l'agir pour une tâche, c'est-à-dire les actions telles qu'elles sont conçues et vécues par les actants. Les verbalisations des élèves sont ensuite interprétées en termes d'unité de sens[3] à l'aide du logiciel TAMS. Ces unités de sens permettent de documenter les prises de décision des élèves lors de la résolution, dont celles liées à la mobilisation de la vérification. De sorte que nous obtenons des traces visuelles de l'agir dans la résolution grâce à la vidéoscopie ainsi que les unités de sens qui explicitent les raisonnements et conceptions sous-jacents ces traces visuelles.

4. DES RÉSULTATS QUI ILLUSTRENT LA VÉRIFICATION MOBILISÉE PAR LES ÉLÈVES

4.1 Une vérification qui traduit une recherche du sens

Certains élèves mobilisent une vérification qui traduit un engagement réfléchi grâce à un recul face à la tâche, aux calculs, à la démarche ou au sens de la réponse afin d'accepter ou de refuser la solution. Dans l'exemple qui suit, l'élève porte un regard critique sur ses actions par l'identification des états en cours de résolution et puis sur la manière d'arriver à combler l'écart pour atteindre le but.

> Je regarde...je regarde, je relis le texte et je relis la question, pis là, je regarde ce que j'ai déjà fait pis je regarde c'est quoi qu'il faudrait que je fasse après ça. (Vincent)

Vérifier, c'est aussi contrer le doute en s'interrogeant sur la réponse obtenue, par un retour sur les choix d'opérations effectuées, remises en contexte[4].

> Chercheuse (CH) : Qu'est-ce qui fait que tu hésites, que tu n'es pas certain ?

---

[2] Au cours de cette recherche doctorale, nous avons distribué dans un premier temps, un questionnaire comportant des problèmes à résoudre auprès de 3 classes de 5e année du primaire. Puis, nous avons rencontré 18 de ces élèves (6 élèves par classe) lors d'entretiens d'explicitation. Les quelques exemples présentés lors de cet article proviennent spécifiquement des entretiens réalisés auprès de 6 élèves d'une même classe.

[3] Un même extrait peut présenter plus d'une unité de sens. Un même élève peut aussi présenter différentes unités de sens et mettre en jeu plusieurs types d'engagements dans la vérification pour un même problème.

[4] Le problème Punch est une situation proportionnelle où l'élève est invité à ajuster les ingrédients d'un breuvage afin que ce mélange goute la même chose puis de déterminer combien de personnes pourront gouter au mélange. L'élève doit ajuster tous les ingrédients d'une recette pour 4 personnes à partir du fait qu'il y a 100 ml de jus de pomme dans la recette originale et qu'il y a maintenant 300 ml jus de pomme dans le nouveau mélange.

Charles : ... [long moment]. Ouin, c'est correct [tout bas, à lui-même]...12 personnes [retourne au texte]...
CH: Donc, tu as écrit ici, 12 personnes.
Charles: Ben, là ...**il y en a combien** [retourne au texte], ...4, faut que **je fasse fois 3 aussi**. Fait que ça donne 12, 4 fois 3.

Cet élève, qui doute, effectue un retour au contexte afin d'évaluer son choix d'opération soit multiplier le nombre de personnes par 3 puisqu'il a auparavant triplé une recette qui convenait à 4 personnes.

4.2 Une vérification caractérisée par une mise entre parenthèses du sens

Les nombreuses verbalisations obtenues lors des entretiens ont permis de documenter 4 types[5] d'engagement dans la vérification qui traduisent une mise entre parenthèses du sens. Les caractéristiques qui ressortent de ces types d'engagement s'avèrent communes aux élèves rencontrés lorsque ceux-ci disent accepter ou vérifier une réponse.

4.2.1 Lire pour vérifier

Au cours des entretiens, plusieurs élèves mentionnent qu'ils relisent pour être certains que *tout est correct*.

CH : Qu'est-ce qui fait que tu es certain ?
Renaud: Ben, je me suis revérifié…
CH: Ok, comment tu as fait ça?
Renaud: J'ai relu la question pis j'ai re-regardé ma réponse

D'après les enregistrements vidéos, lire pour vérifier consiste chez certains élèves à relire (l'énoncé, la question, ou ses calculs) ou faire un survol plus ou moins attentif du travail afin d'y « voir » des erreurs. Les entretiens permettent d'observer que lors cette relecture, ces élèves ne semblent pas s'interroger sur la pertinence de la démarche ou le sens de la réponse ni recourir au contexte, engagement nécessaire pour reconnaitre les erreurs. En ce sens, les résultats illustrent que la plupart des élèves qui disent relire (que nous interprétons avec une mise entre parenthèses du sens) ne décèlent pas les erreurs qu'ils ont faites. D'ailleurs, chez ces élèves, le geste de relire semble suffire pour cautionner la solution proposée.

4.2.2 Refaire les calculs pour vérifier

Des élèves s'appuient sur le fait de refaire les calculs pour s'assurer qu'une réponse est exacte. C'est un retour centré uniquement sur la justesse des calculs effectués. Nous avons remarqué deux façons de procéder. L'une, la double résolution (Saboya, 2010), consiste à répéter les mêmes calculs. Cette manière de faire permet peu de détecter les erreurs de calcul, l'élève s'exposant à les faire à nouveau. D'après les entretiens, pour ces élèves, si le calcul est bon, la réponse est bonne aussi. La pertinence de ces calculs n'est pas remise en cause. Que fait l'élève qui obtient deux réponses différentes lorsqu'il répète les mêmes calculs ? Une triple résolution.

CH : Est-ce qu'il y a des choses que tu fais des fois pour être certaine?

[5] Un même élève peut mettre en jeu plusieurs types d'engagements pour un même problème ou parmi divers problèmes. Ainsi, plusieurs types d'engagements peuvent être observés chez un même élève. Par exemple, refaire les calculs et relire le problème.

Sara : Oui, des fois je refais mon calcul à côté pis quand je vois que ça marche pas, ben je le refais, parce que des fois, à mettons que ça donne pas la même réponse, j'essaye de voir qu'est-ce que...dans lequel je me suis trompée.

Pour cette élève, voir dans *lequel* (des calculs) elle s'est trompée ne semble pas impliquer la pertinence en contexte des calculs, mais plutôt leur justesse. Une autre façon de refaire les calculs est de faire l'opération inverse. Faire l'opération inverse traduit un contrôle très localisé, une vérification portant uniquement sur la justesse d'un calcul.

CH: Comment tu fais pour être certaine? Est-ce qu'il y a des choses que tu fais?
Judith : Ben...moi souvent ce que je fais c'est que je fais une opération pour être certaine, comme le...on pourrait dire le contraire, comme j'aurais pu faire 5 X 16 [pointe 80 divisé par 5 est égal à 16], c'est ça vraiment qui va donner la vérification de ça, de l'autre.

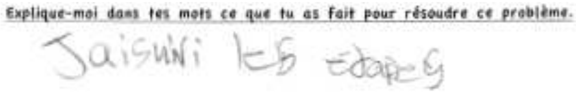
Malgré cela, l'élève mentionne aussi « mais ça m'arrive souvent de ne pas avoir la bonne réponse ». Simplement parce que refaire le calcul (double résolution et opération inverse) ne remet pas en cause la pertinence d'un calcul, pour un problème donné. Néanmoins, obtenir la même réponse pour les mêmes calculs devient la prémisse qui entérine que cette solution est la bonne.

4.2.3 Suivre la démarche pour substituer la vérification

Plusieurs élèves mentionnent qu'ils savent qu'ils ont terminé parce qu'*ils ont obtenu une réponse*.

CH: Comment tu sais que tu as terminé de faire ce problème-là?
Judith: Ben, parce que j'ai répondu au A et au B

D'autres mentionnent qu*'ils ont suivi les étapes* lorsqu'il explicite comment ils ont fait pour résoudre.



Dès lors, faire les étapes d'une démarche[6] de résolution et obtenir une réponse devient pour l'élève une forme de substitution de la vérification étant donné l'importance accordée au fait de suivre les étapes et d'obtenir une réponse.

CH: Comment tu savais que tu avais terminé de résoudre ?
Judith: Ben, parce qu'après ça, j'ai relu le problème, pis j'ai vérifié si j'avais tout fait [suivre les étapes et répondre aux questions selon l'entretien en cours], pis j'avais tout fait.

Les entretiens auprès d'élèves suggèrent implicitement qu'il ne soit pas nécessaire, à leur avis, de vérifier le sens du travail effectué puisqu'ils sont certains d'avoir terminé, car ils ont suivi les

[6] Au primaire, nous remarquons que plusieurs classes utilisent des aide-mémoires qui dictent les étapes à suivre pour résoudre. À titre d'exemple, « une démarche stratégique », « Ce que je sais, ce que je cherche,… » et autres documents disponibles dans Internet ou produits par les enseignants qui présentent une démarche de résolution structurée et linéaire semblable à « Lire le problème un première fois, lire le problème une deuxième fois, je souligne en rose les informations importantes, j'encadre la question, je choisis une stratégie, je relis la question et je vérifie ma réponse. »

étapes et obtenu une réponse. Toutefois, leurs réponses sont erronées, ce qui suggère que ces élèves présentent une mise entre parenthèses du sens.

4.2.4 Se désengager

À certaines occasions, nous remarquons chez quelques élèves une forme d'évitement, de désengagement de la vérification. S*e désengager* de la vérification est le fait d'admettre que l'on a terminé et d'accepter une réponse parce « je pense avoir répondu à la question » (Sara).

À d'autres occasions, se désengager serait plutôt le fait d'attribuer à l'enseignant(e) le rôle de la vérification.

> CH: Qu'est-ce que tu fais quand tu n'es pas certaine de ta réponse?
> Sara: Ben, des fois, je vérifie, ou des fois, quand je suis pas sûre, je le laisse comme ça...parce que, comme l'autre fois, dans un examen, j'étais pas sûre mais je l'ai laissé comme ça pis je l'ai eu bon. Fait que, souvent je fais ça, des fois je l'ai pas...

Chalancon, Coppé et Pascal (2002) font le constat que de nombreux élèves demandent à l'enseignant de se prononcer sur le caractère vrai ou faux de leur résultat, alors qu'ils ont souvent la possibilité de le faire eux-mêmes. Ce désengagement pourrait, en partie, être expliqué par le fait que des élèves sont tout simplement démunis en ce qui concerne la manière de mobiliser la vérification.

> Sara: Parce que comment vérifier [montre ces calculs, cherche à faire l'opération inverse], ça, je sais pas trop, parce que je sais pas si j'ai la bonne réponse...
> CH: Donc, tu ne saurais pas comment vérifier?
> Sara: Oui. Des fois, oui, ça dépend c'est quoi le calcul [voulant faire l'opération inverse].
> CH: Sinon, vérifier ta réponse, est-ce que tu le fais des fois?
> Sara: ...

Sara ne répond pas à la question « vérifier ta réponse, est-ce que tu le fais des fois? ». Se désengager de la vérification pourrait en ce sens indiquer une limite chez Sara, liée à sa capacité à mobiliser la vérification, ne sachant pas *comment* opérer pour vérifier autrement que par l'exécution de l'opération inverse.

Ces quatre types de vérification traduisent l'absence d'un engagement réfléchi par un regard critique sur la résolution. L'élève s'appuie sur des conceptions, prémisses, limites ou habitudes qui le guident à s'engager de manière détournée dans la vérification, par une mise entre parenthèses du sens. En somme, cette analyse signale un écart entre la vérification mobilisée par certains élèves et celle explicitée par la recherche.

4.3 D'autres exemples de mise entre parenthèses du sens pour un problème demandant explicitement de vérifier

Pour aller plus loin dans la documentation chez les élèves de cette mise entre parenthèses du sens lors de la vérification, nous proposons dans cet article un regard sur d'autres résultats de la recherche doctorale que nous menons actuellement (Rhéaume, en cours). Ces résultats proviennent cette fois des résolutions du problème *Les tartes aux pommes*[7] qui demande explicitement à ces mêmes élèves de la 5^{e} année du primaire de vérifier le travail d'un autre élève (fictif).

[7] Inspiré des travaux de René de Cotret, 2006

Les tartes aux pommes

C'est l'automne et c'est le temps des pommes. Ta famille a le projet de faire plusieurs tartes aux pommes ce week-end.
Au marché, le pomiculteur vend 6 kilos de pommes pour 8$.
Ta famille a besoin en tout de 15 kilos de pommes.
Combien coûtera l'achat de ces pommes si le prix du kilo est le même ?

Pour ce problème, un élève d'une autre classe a fait le calcul suivant.
Tu dois vérifier son travail.

6 kilos pour 8 $
6 x 2 = 12 kilos, donc 8 x 2 = 16 $
12 kilos pour 16$
Il manque 3 kilos pour faire 15 kilos, donc plus 3.

16 $ + 3$ est égal à 19 $

Réponse : Ma famille devra payer 19 dollars en tout.

Es-tu d'accord avec cette réponse?
Qu'est-ce qui fait que tu es d'accord ou pas d'accord avec cette réponse?
Tu peux faire tes propres calculs pour expliquer.

Figure 1 - Le problème « Les tartes aux pommes », tel que présenté aux élèves

Ce problème met en jeu un raisonnement proportionnel où l'élève est invité à remarquer une erreur dans l'application du rapport de proportionnalité. Il propose les variables hétérogènes *prix* et *kilogramme*, formulé dans un contexte[8] d'achat au poids.

Pour résoudre le problème *Tartes*, plusieurs manières de faire sont possibles. Toutefois, un retour au sens et au contexte s'avère nécessaire puisque l'erreur n'est pas calculatoire. L'une des solutions est de remarquer que l'élève se trompe au moment d'ajouter le prix des 3 kilos au 12 kilos déjà calculé et d'apporter les corrections. Puisque 3 kilos font la moitié de 6 kilos, le prix pour 3 kilos serait de 4 dollars, ce qui totalise 20 dollars pour l'achat de 15 kilos de pommes. Une autre solution serait faire le problème, soit mettre de l'avant sa propre démarche et venir ensuite comparer la réponse obtenue. Par exemple, fixer le prix pour 1 kilo pour ensuite déterminer le cout total pour 15 kilos (6 kilos/ 8 dollars signifie 1,33$ pour 1 kilo. 1,33 $ X 15 kilos totalise 20$. Ces façons de résoudre impliquent un moment d'arrêt lors de la mise en place des relations, une recherche de sens favorisant la compréhension de la structure mathématique derrière l'énoncé. Elles impliquent aussi un regard critique sur le travail effectué par l'élève fictif en lien avec cette structure mathématique. Offrir un problème demandant explicitement aux élèves de vérifier une résolution visait à documenter plus particulièrement la mobilisation de la vérification chez ces élèves. Comme nous le verrons, ce fut aussi l'occasion de documenter une mise entre parenthèses du sens.

Dans l'ensemble, les élèves reconnaissent la tâche de vérifier. Lors des entretiens, certains commentaires sont éloquents. Pour Judith, le but de la tâche est clair « Il demandait de vérifier si

[8] Ce contexte est déjà reconnu par les recherches menées par René de Cotret (2006) comme étant familier pour les élèves au début du secondaire. L'auteure souligne que ce contexte, faire des achats où le coût se calcule en fonction du prix au poids, présente des indices de proportionnalité pour les élèves.

le travail de l'élève était correct ». D'autres mentionnent que le problème est facile, car il n'y a pas de calcul à faire, il faut *juste* vérifier. Parmi les 6 élèves[9] de cette classe, qui ont participé à l'entretien du problème Tartes, quatre d'entre eux ne semblent pas s'engager dans une recherche du sens pour vérifier. Ils sont davantage centrés sur *Lire* (2 élèves) et *refaire les calculs* (3 élèves) pour vérifier, tel que documenté dans les résultats précédents. Un élève présente à la fois une vérification par le lire et par le refaire les calculs. Nous illustrons plus spécifiquement comment ils semblent vérifier[10] lors d'une mise entre parenthèses du sens.

4.3.1 Une vérification par le Lire

Les deux élèves qui vérifient par une relecture du travail effectué vont affirmer qu'ils sont d'accord avec le travail de l'élève fictif (qui est erroné). Par exemple, Charles affirme qu'il est d'accord avec la réponse «…devra payer 19 dollars en tout, je dirais que c'est correct».

> Charles: Oui, je suis d'accord, pis ben je sais comment répondre […]
> CH : Est-ce que tu as besoin de faire d'autres calculs pour être certain que tu es d'accord?
> Charles: Non.
> CH : Donc, si je te demande de faire le problème, il est déjà fait?
> Charles: oui.
> CH : Donc, ta réponse est définitive?
> Charles: Ben oui, devra payer 19 dollars en tout, je dirais que c'est correct

Pour Charles, la lecture de l'énoncé et les calculs semblent correspondre à première vue. Toutefois, Charles n'explicite sa propre recherche du sens, ni celle de l'élève fictif. Charles comprend-il ce que l'autre élève a fait, le glissement vers la structure additive ?

> CH : Est-ce que tu es en mesure de m'expliquer comment tu t'y es pris?
> Charles: Ben, la seule chose que je peux dire, c'est que je l'ai lu, pis j'ai compris.
> CH: OK. Tu l'as lu, et chaque chose qui a été faite...
> Charles: ...je le comprends.

Finalement, c'est le fait d'avoir lu plusieurs fois l'énoncé qui justifie qu'il est certain. Un engagement par la relecture du travail effectué semble suffire pour résoudre ce problème. Qu'en est-il de la recherche du sens lors de lecture de l'énoncé, de l'appropriation du contexte et du regard critique?

> CH: Tu me dis que tu es d'accord et que tu es certain. Qu'est-ce qui fait que tu es certain? Comment tu as fait pour savoir que tu étais d'accord et que maintenant tu es certain ?
> Charles: J'ai lu plus qu'une fois ça [indique l'énoncé]
> CH: Tu as lu plus qu'une fois.
> Charles: Oui.

---

[9] Notons que deux des six élèves présentent des traces d'une vérification correspondant à une recherche du sens. On observe que ces deux élèves mettent en jeu une appropriation de la situation avant même de s'approprier le travail de l'élève. L'un de deux élèves présente une appropriation erronée. Cet exemple rejoint les propos de Burgermeister et Coray (2008) à l'effet que le contrôle ne mène pas toujours à une bonne réponse.

[10] Afin de concentrer notre propos sur la documentation de la mise entre parenthèses du sens, nous avons volontairement omis de présenter les exemples illustrant un engagement critique de la part de l'élève dans la vérification.

Lire est nécessaire pour prendre contact avec la situation, comme le fait Charles. Toutefois, *lire* pour prendre contact indique que certains élèves ne cherchent pas à comprendre, ni s'approprier le contexte du problème, ou dégager une structure au problème. Charles démontre qu'il fait plutôt une juxtaposition superficielle énoncé/calcul. Nous remarquons sur la vidéo que ces élèves font un survol visuel de la résolution avant d'affirmer qu'ils sont d'accord avec la réponse de l'élève fictif. De plus, ils ne laissent aucune trace écrite de calcul, qui pourrait suggérer une remise en cause la pertinence des calculs effectués.

4.3.2 Une vérification par Refaire les calculs

« On avait pas mal tout, du début, faut pas que l'on cherche grand-chose, il fallait juste s'assurer que les calculs étaient bien faits ». Croiser les propos d'Olivier avec le fait qu'il refait le même calcul, nous amène à identifier ce que cet élève entend par *s'assurer qu'ils sont bien faits*.

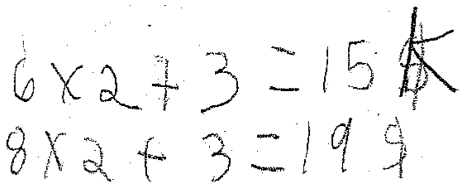


Figure 2 - Traces de résolution d'Olivier

C'est de vérifier la justesse des calculs, mais non la pertinence des opérations en fonction de la structure du problème, « Ben, j'ai refait les calculs, c'était bon, il y avait pas de faute de calcul. » Ainsi, le fait que l'élève se glisse vers une structure additive au moment d'ajouter le prix des 3 kilos à celui des 12 kilos déjà calculé passe inaperçu pour Olivier. D'ailleurs, s'assurer que l'élève n'a pas fait d'erreur de calcul est pour Olivier ce qui le guide à être certain de la réponse de l'élève fictif.

Renaud présente aussi un engagement dans la vérification par une centration sur les calculs.

> « Ben, j'ai lu le texte, après j'ai regardé si ça c'était bon, j'ai regardé parce qu'ils disent 6 kilos pour 8 dollars, c'est bon, 6 fois 2 égales 12 c'est bon aussi, 8 fois 2 égales 16, c'est bon pis il manque trois kilos pour faire 15 kilos c'est vrai, donc plus 3, 16 plus 3 égales 19. Il paye 19 dollars. »

Lorsque nous demandons à Renaud comment il est certain de sa réponse, il répond « Ben, j'ai bien regardé... ». Ce regard porte sur la justesse des calculs. Il ne laisse aucune trace écrite, les calculs étant faits mentalement. Renaud illustre explicitement que des calculs correctement exécutés le cautionnent à prétendre que la réponse est valide.

Deux types de vérification, *suivre la démarche* et *se désengager,* répertoriés dans les résultats illustrant une mise entre parenthèses du sens (voir 4.2.3 et 4.2.4) sont absents des résultats obtenus pour le problème Tartes. En effet, la substitution de la vérification par l'importance de *suivre la démarche* n'est pas observée. Nous formulons l'hypothèse que les élèves ne peuvent s'appuyer sur cet argument puisque c'est un autre élève qui aurait hypothétiquement suivi ces étapes. L'élève ne peut donc affirmer qu'il est certain parce qu'il s'appuie sur le fait qu'il a suivi les étapes et qu'il a terminé. De plus, le type *se désengager* est absent des résultats obtenus, probablement parce que la tâche de vérifier est formellement demandée à l'élève. Dans cette situation, c'est explicitement la responsabilité de l'élève de vérifier et non celle de l'enseignant.

4.4 Des constats menant à la caractérisation d'une autre forme d'engagement lors de la vérification

Comme nous l'avons décrit dans le cadre théorique, la vérification traduit un engagement réfléchi de l'élève par un regard critique sur ce qu'il a produit en fonction du contexte. Toutefois, nous constatons chez quelques élèves un écart qui met en cause la manière de s'engager dans la vérification. Dans l'ensemble, les résultats illustrent que certains élèves s'engagent dans une vérification qui n'implique ni le contexte ni un sens donné aux opérations ou à la réponse. Leur engagement repose sur d'autres prémisses. D'abord, les entretiens indiquent que certains élèves pensent qu'il faut *juste* vérifier, soit l'action de relire le problème et/ou la réponse et/ou revoir les calculs, non pas de s'engager lors de cette relecture à dégager un sens ou à porter un regard critique sur la réponse obtenue! Ensuite, pour d'autres élèves, des calculs bien exécutés cautionnent la validité de la réponse sans faire la distinction entre la justesse des calculs et leur pertinence en contexte. De plus, chez d'autres, le fait de suivre des étapes et d'avoir une réponse indiquerait que le travail est terminé, sans nécessiter un regard critique.

Quant à un problème qui demande explicitement de vérifier (*Les tartes aux pommes)*, les résultats vont dans le même sens. Bien que tous les élèves reconnaissent qu'il *faut* vérifier et qu'ils s'engagent à le faire, les résultats illustrent deux types de vérification qui traduisent une mise entre parenthèses du sens: lire et refaire les calculs. Suivre la démarche comme substitut à la vérification est absent pour le problème Tartes. Puisque c'est un autre élève qui aurait fait cette démarche, ils ne peuvent s'appuyer sur cette prémisse. Cette absence vient en quelque sorte renforcir notre point de vue stipulant que pour certains élèves, le fait qu'il suive une démarche pour résoudre des problèmes devient un argument solide pour entériner leur réponse.

Ces constats mettent en lumière une vérification qui semble être soutenue soit par des croyances, des prémisses, des conceptions, des habitudes ou par des modalités de résolution véhiculées en classe que De Corte (2012) nomme les règles du jeu du résoudre. À cet effet, Schoenfeld (1985, 1987), l'un des précurseurs en ce qui concerne l'étude du rôle des croyances que les élèves développent au sujet des mathématiques au fil de leurs cursus scolaires, stipule qu'elles influencent la manière d'aborder, entre autres, la résolution de problèmes. Ces croyances peuvent avoir un effet négatif sur leurs processus de résolution. Dans le cadre de nos travaux de recherche, nous préconisons l'idée que ces conceptions, habitudes, croyances et limites[11] que l'élève explicite caractérisent une forme d'engagement qui s'articule différemment de l'engagement réfléchi à la base du contrôle structural et du contrôle opérationnel. En effet, cet engagement est contraint par celles-ci. En ce sens, ce que nous nommons un contrôle contraignant, repose sur un engagement basé sur des croyances qui exercent un contrôle tout au long de la résolution de problèmes et qui guident l'élève dans ses prises de décision.

Ces constats sont aussi l'occasion de pointer le rôle de la mise en place de la réalité contextuelle du problème *pour* la construction d'un modèle de situation approprié (De Corte, 2012), cette fois plus spécifiquement *pour* la vérification. Ces constats soulèvent d'ailleurs l'importance que devraient accorder les élèves à ce rôle. Importance qui n'est pas sans intérêt lorsque la résolution de problèmes est abordée en classe.

---

[11] Le mot *limite* dans ce contexte fait référence au fait que certains élèves explicitent qu'ils ne savent pas comment vérifier, ce qui constitue un frein à la mobilisation de la vérification.

5. QUELQUES PISTES À INVESTIGUER

Dès lors, nos constats orientent notre réflexion vers certaines pistes de recherches futures qui viseraient à documenter la manière dont la résolution de problème est abordée et développée en classe.

L'une d'entre elles concerne la démarche de résolution parfois privilégiée en classe. Dans nos rôles de formatrices et de chercheuses, nous avons observé que certains enseignants du primaire font appel à une démarche qui indique aux élèves les étapes à franchir lors de la résolution, une démarche semblable à l'exemple suivant.

1- Je survole le texte (images, tableaux, caractères gras, etc.)
2- Je lis le texte (je m'assure de comprendre)
3- J'encadre la question et je résume ce que je cherche
4- Je surligne les informations importantes (je peux rayer les données superflues)
5- J'identifie les étapes à accomplir
6- Je fais mes calculs
7- Je réponds à la question avec une réponse complète
8- Je **vérifie** si ma réponse est en lien avec la question
9- Je vérifie mes calculs et je m'assure que ma démarche est claire et bien structurée

Or, plusieurs aspects liés à l'usage d'un tel outil en classe nous interpellent en tant que chercheuses et nous mènent à plusieurs questionnements en lien avec la manière d'aborder la résolution de problèmes en classe. Quelles sont les raisons qui motivent les enseignants, voire même les élèves à faire l'usage en classe d'une telle démarche ? De quelles manières cette démarche est-elle présentée et travaillée en classe? La manière de mettre en jeu chacune des étapes fait-elle l'objet de questionnements, d'un développement et de discussions auprès des élèves? Est-ce que la résolution de problèmes est perçue comme une activité linéaire, une suite d'étapes à cocher? Est-ce que la démarche proposée en classe deviendrait à la fois une attente de la part de certains enseignants, mais aussi pour quelques élèves, une exigence à rencontrer? Comment un élève s'«assure de comprendre » (étape 2) ? Comment l'élève « vérifie si ma réponse est en lien avec la question » ? Documenter comment est abordée et développée la résolution de problèmes en classe pourrait permettre d'aller au-delà des constats effectués dans cet article.

Par ailleurs, bien que les programmes de formation de l'école québécoise du primaire et du secondaire (M.E.L.S, 2009; 2010; M.E.Q, 2006a, 2006b) indiquent que la résolution de problèmes mathématiques est une activité complexe et contrôlée, que le rôle de l'école est d'amener l'élève à bien comprendre ce qu'est le processus de résolution de problèmes, que le développement, l'intégration et l'autonomie de stratégies cognitives, tel que planifier, comprendre, élaborer, régulariser s'avère être un enjeu important, nous nous interrogeons sur l'accessibilité et la disponibilité, parmi les programmes et les manuels scolaires (incluant les guides destinés aux enseignants), des références qui traitent du développement de la vérification, des heuristiques et d'autres habiletés cognitives pouvant favoriser un processus de résolution éclairé et favoriser la mise en place d'une réalité contextuelle. Documenter, parmi ces références, comment y est définie la vérification et les manières de la mettre en jeu par les enseignants serait une autre piste d'investigation à envisager.

6. CONCLUSION

La mobilisation de la composante vérification est l'un des moyens de mettre en jeu le contexte et le sens lors de la résolution de problèmes. Elle peut jouer un rôle déterminant pour *savoir quand et comment* utiliser les mathématiques lors de la résolution de problèmes. Une analyse des *mises entre parenthèses* du sens sous l'angle du contrôle permet de constater la mise en place d'une vérification superficielle de la part de certains élèves. En outre, elle signale un écart entre la vérification mobilisée par ces élèves et la vérification délimitée par la recherche qui repose sur l'engagement réfléchi, le regard critique et la considération du contexte lorsque ceux-ci résolvent un problème. Certains élèves croient vérifier alors que ce n'est pas le cas. En fait, quelques types de vérification illustrés par les élèves expriment cette tendance à s'appuyer sur des croyances (Schoenfeld, 1985) et à respecter des règles du jeu de la résolution possiblement induites, comme le propose De Corte (2012), par un enseignement superficiel de la résolution. Cela dit, des recherches supplémentaires s'avèrent nécessaires afin de mettre en lumière la manière d'aborder la vérification en classe, dans les programmes, dans les manuels et par les enseignants. Par conséquent, il serait pertinent d'investiguer la manière de travailler la vérification (voire les différentes composantes du contrôle) en classe, puis développer et rendre accessibles des référents pour la résolution de problèmes auprès des élèves du primaire traitant du développement d'habiletés cognitives, du contrôle et de la vérification.

BIBLIOGRAPHIE

BRONCKART, J.-P., BULEA, E., FRISTALON, I. (2004). Les conditions d'émergence de l'action dans le langage. *Cahiers de Linguistique Française*, *26*, 345-369.

BURGERMEISTER, P.-F., CORAY, M. (2008). Processus de contrôle et proportionnalité des grandeurs. *Recherche en didactique des mathématiques*, *28*(1), 63-106.

CHARNAY, R. (1998). À la recherche du sens... *Grand N*, (64), 59-63.

DE CORTE, É. (2012). Résoudre des problèmes mathématiques: de la modélisation superficielle vers la modélisation experte. Dans *La recherche sur la résolution de problèmes en mathématiques: au-delà d'une compétence, au-delà des constats* (p. 1-12). Université Laval. Québec: Actes du colloque du groupe de didactique des mathématiques du Québec.

DE CORTE, E., VERSCHAFFEL, L. (2008). Apprendre et enseigner les mathématiques: un cadre conceptuel pour concevoir des environnements d'enseignement-apprentissage stimulants. Dans M. Crahay, L. Verschaffel, E. De Corte, et J. Grégoire (éd.), *Enseignement et apprentissage des mathématiques. Que disent les recherches psychopédagogiques?* Bruxelles: De Boeck.

HOUDEMENT, C. (2003). La résolution de problèmes en question. *Grand N*, *n° 71*, 7-23.

HOUDEMENT, C. (2011). Connaissances cachées en résolution de problèmes arithmétiques ordinaires à l'école. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, *16*, 67-96.

JULO, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques*. Presses Universitaires de Rennes.

JULO, J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes? *Grand N*, 31-52.

M.E.L.S. Programme de formation de l'école québécoise. Progression des apprentissages au primaire. Mathématique. (2009).

M.E.L.S. Programme de formation de l'école québécoise. Progression des apprentissages au secondaire. Mathématique (2010).

M.E.Q. (2006a). Programme de formation de l'école québécoise, enseignement primaire. Québec: Gouvernement du Québec, Ministère de l'Éducation.

M.E.Q. (2006b). Programme de formation de l'école québécoise, enseignement secondaire, premier cycle. Québec: Gouvernement du Québec, Ministère de l'Éducation.

RHEAUME, S. (en cours). *Quels contrôles guident les prises de décision des élèves du 3e cycle du primaire lors de la résolution de problèmes de proportion ? Une analyse des verbalisations* (titre provisoire). Thèse de doctorat, en cours. Université Laval

RICHARD, J. F. (2004). *Les activités mentales: de l'interprétation de l'information à l'action.* (A. Colin.).

SABOYA, M. (2010). *Élaboration et analyse d'une intervention didactique co-construite entre chercheur et enseignant, visant le développement d'un contrôle sur l'activité mathématique chez les élèves du secondaire* (non publiée). Université du Québec à Montréal, Montréal.

SCHOENFELD, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Academic Press.

SCHOENFELD, A. H. (1987). *Cognitive Science and Mathematics Education*. Lawrence Erlbaum Associates.

VERMERSCH, P. (2010). *L'entretien d'explicitation* (6e éd.). Issy-les-Moulineaux: ESF Éditeur.

VERSCHAFFEL, L., DE CORTE, E. (1997). Word Problems: A Vehicle for Promoting Authentic Mathematical Understanding and Problem Solving in the Primary School? Dans T. Nunes et P. Bryant (éd.), *Learning and Teaching Mathematics. An International Perspective* (p. 69-97). East Sussex, UK: Psychology Press Ltd.