Première S6 **DS n°3** Durée : 2h

Le 5 décembre 06 *(l'usage de la calculatrice est autorisé)*

Exercice 1 *(4 points)*

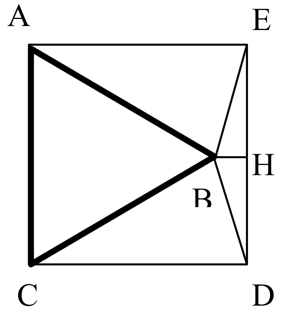
Résoudre les équations suivantes, aucune représentation graphique n'est demandée.

a. $2\cos x = -\sqrt{3}$

b. $6(\sin x)^2 - 5(\sin x) - 4 = 0$

Exercice 2 *(5 points)*

On considère la figure suivante composée d'un carré **de côté 1** et d'un triangle équilatéral ABC



1. Montrer que la mesure de l'angle $\widehat{BED}$ est de 15° c'est à dire $\frac{\pi}{12}$ radians.
2. Déterminer la longueur BH puis la longueur EB
3. En déduire le cosinus de $\frac{\pi}{12}$
4. Donner sans faire les calculs une autre façon de déterminer cette valeur à partir des cosinus et des sinus connus (ceux des angles usuels: $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{6}$)

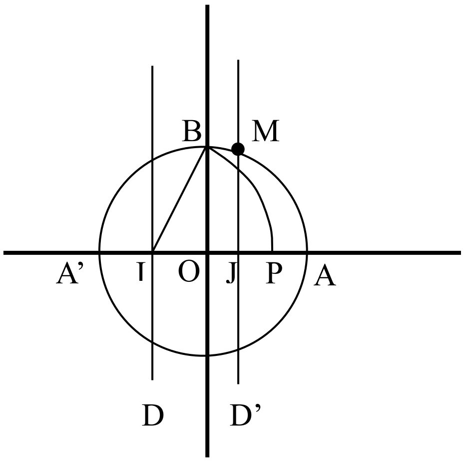
Exercice 3 *(2 points)*

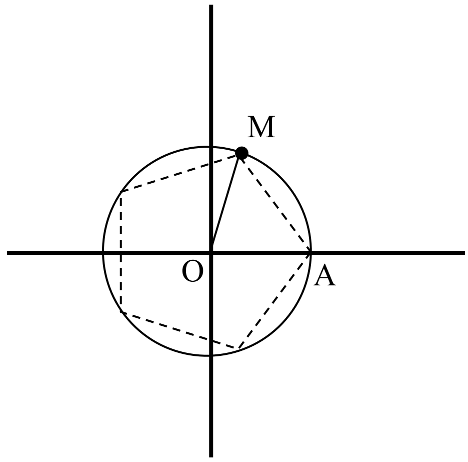
On considère le cercle de **rayon 1** représenté ci-dessous puis on construit un point M sur ce cercle de la façon suivante :

on trace la médiatrice D de $[OA']$ elle nous donne le point I milieu de $[OA']$, on place le point P de $[OA]$ tel que $IP = IB$, le point M est le point d'intersection du demi-cercle supérieur avec la médiatrice D' de $[OP]$.

Déterminer le cosinus de l'angle $\widehat{AOM}$.

Dans l'exercice 4, nous montrerons que M forme, avec A, l'arête d'un pentagone régulier centré en O.





Exercice 4 *(les questions **b.** et **c.** ainsi que **e.** et **f.** peuvent être traitées indépendamment du reste)* *(9 points)*

a. Résoudre l'équation $\cos(4x) = \cos x$, placer (approximativement) sur un cercle trigonométrique les points correspondant aux solutions.

b. On rappelle la formule $\cos(2x) = 2(\cos x)^2 - 1$, donner l'expression de $\cos(4x)$ en fonction de $\cos x$

c. En déduire une écriture de l'équation du **a.** en fonction de $\cos x$

d. On pose $X = \cos x$, montrer que l'équation du **a.** peut s'écrire $8X^4 - 8X^2 - X + 1 = 0$

e. Trouver deux valeurs « simples » de X qui sont solutions de l'équation $8X^4 - 8X^2 - X + 1 = 0$ (on pourra bien sûr utiliser les résultats de la question **a.**).

f. Terminer alors la résolution de cette équation.

g. Montrer en utilisant le résultat des questions **a.** et **f.** que le point M construit à l'**exercice 3** est bien un sommet du pentagone régulier centré en O et dont A est un sommet, ce qui nous dit que le pentagone régulier est une figure constructible à la règle et au compas.