

1 Spé - INTERROGATION DE COURS sujet A

Nom, Prénom : Morel Florence

NOTE :

12,5/20

	Suite arithmétique de raison r	Suite géométrique de raison q
Forme explicite	$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_0 + n \times r$ $\forall n, p \in \mathbb{N}, u_n = u_p + (n-p) \times r$	$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_0 \times q^n$ $\forall n, p \in \mathbb{N}, u_n = u_p \times q^{n-p}$
Somme de termes consécutifs	$u_0 + u_1 + \dots + u_n = (n+1) \times \frac{u_0 + u_n}{2}$ $u_p + u_{p+1} + \dots + u_n = (n-p+1) \times \frac{u_p + u_n}{2}$ Cas particulier : $1 + 2 + \dots + n = n \times \frac{1+n}{2}$	$u_0 + u_1 + \dots + u_n = u_0 \times \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ $u_p + u_{p+1} + \dots + u_n = u_p \times \frac{1-q^{n-p+1}}{1-q}$

Démonstration :

1. Rappeler la formule suivante : $1 + q + q^2 + \dots + q^{n-1} = \dots$

$$\frac{1-q^{n+1}}{1-q} \stackrel{\text{car } q \neq 1}{=} \frac{1-q^n}{1-q} \quad (1)$$

2. Rappeler la formule de la somme des n premiers termes consécutifs d'une suite géométrique, puis démontrer la

$$S = \underbrace{1 + q + q^2 + \dots + q^n}_{n+1 \text{ termes}} = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

Ce n'est pas ce qui est demandé

$$S = 1 + q + q^2 + \dots + q^n$$

$$\frac{S}{q} = \frac{1}{q} + 1 + q + \dots + q^{n-1}$$

$$\frac{S}{q} - \frac{1}{q} = 1 + q + \dots + q^{n-1}$$

$$\frac{S-1}{q} - S = -q^n + 1$$

$$S-1 - S \times q = -q^n + 1$$

$$S(1-q) = -q^n + 1$$

$$S = \frac{1-q^n}{1-q}$$

Applications (les questions sont indépendantes)

5,5/12

$$\Delta = 36 - 4 \times 2 \times 5$$

$$\Delta = 4^2 - 4 \times 2 \times 1$$

$$= 4 - 8$$

1) Soit (u_n) la suite définie sur \mathbb{N} par $u_n = 2n^2 - 2n + 1$.

$$u_{n+1} = 2(m+2m+1) - 2(m+1) + 1$$

$$= 2m^2 + 2m + 1$$

2) Soit la suite arithmétique (u_n) . On sait que $u_3 = 6$ et $u_6 = -9$. Déterminer la raison de la suite, puis exprimer u_n en fonction de n .

Si (U_m) est une suite arithmétique

$$\begin{cases} U_3 = U_0 + 3r = -9 \\ U_6 = U_0 + 6r = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_0 = -9(1+r) \\ -9(1+r) + 6r = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_0 = -9(1+r) \\ -9 + 3r = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_0 = -9(1+r) \\ r = -5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_0 = -9(1+r) \\ -5r = -6+9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_0 = -9(1+r) \\ r = -3/5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_0 = 18/5 \\ r = -3/5 \end{cases}$$

$\forall m \in \mathbb{N}, U_m = \frac{18}{5} + m \times \frac{-3}{5}$

note: méthode Trop compliqué

3) La suite (u_n) est arithmétique de raison $r=3$ et de premier terme $u_0=3$

$$S = \sum_{k=0}^{k=11} u_k = u_0 + u_1 + \dots + u_{11} = (1+11) \times \frac{3+36}{2}$$

$$= 12 \times \frac{39}{2}$$

$$= 234$$

$$U_{11} = U_0 + m \times r$$

$$= 3 + 11 \times 3$$

$$= 36$$

4) Soit la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par $u_n = \frac{3^{2n+1}}{5^{n-1}}$. Montrer que la suite (u_n) est géométrique. Déterminer sa raison et son premier terme.

Si la suite est géométrique $\frac{U_{m+1}}{U_m} = k$

$$\frac{3^{2(m+2)+1}}{5^m} \times \frac{5^{m-1}}{3^{2m+1}} = \frac{3^{2m+3} \times 5^{m-1}}{5^m \times 3^{2m+1}} = 3^{2m+3-2m-1} \times 5^{-1-m+1-m}$$

$$= 3^2 \times 5^{-1} = \frac{9}{5}$$

la suite est géométrique

le resultat ne depend pas de

5) La suite (u_n) est géométrique de raison $q=-3$ et de premier terme $u_1=5$. Donner la forme explicite de la suite (u_n) .

$$U_m = U_p \times q^{n-p}$$

$$= 5 \times (-3)^{n-1}$$

6) La suite (u_n) est géométrique de raison $q=2$ telle que $u_0=-5$. Calculer en utilisant la formule des sommes :

$$S = \sum_{k=0}^{k=4} u_k = U_0 \times \frac{1-q^{4+1}}{1-q} = (-5) \times \frac{1-2^5}{1-2}$$

A calculer!

2